

Incontri di approfondimento e aggiornamento di Matematica per la formazione primaria

Roma, Giovedì 21 Novembre 2019

Il racconto dei Numerosi. A lezione di matematica in classe seconda

Laura Tomassoni
Università Roma Tre

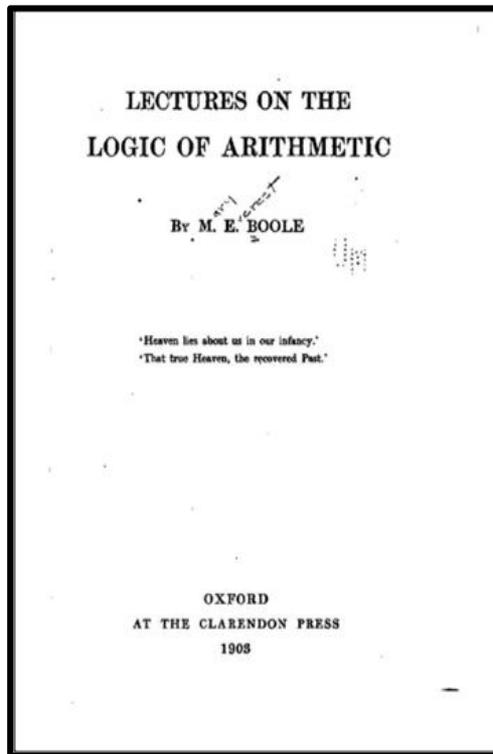


Little Mathematicians: approccio narrativo e approccio concettuale nelle Lectures on the Logic of Arithmetic (1903) di Mary Everest Boole

Relatore: Prof.ssa Ana Millán Gasca
Magrone

Correlatore: Paola

Le radici della proposta di Mary Everest Boole (1832 – 1916)



Copertina di *Lectures on the logic of arithmetic* (1903) di Mary Everest Boole

“How Children should get their first notions of number?”

(Quick 1896; citato in Dennis 2009)

-*L'origine delle specie* (1859), Charles Darwin (1809-1882).

-*Educazione intellettuale, morale e fisica* (1861), Herbert Spencer (1820-1903).

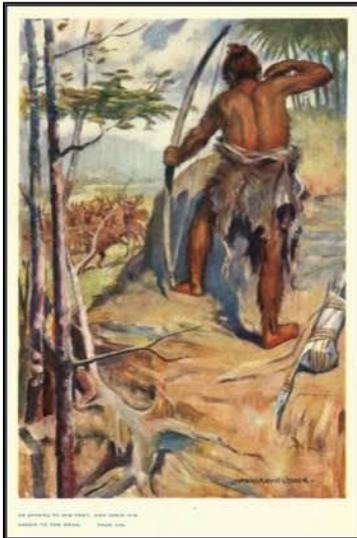
-*The story of Ab, a tale of the time of the cave man* (1897), Stanley Waterloo (1846-1913).

- *Investigation of the Laws of Thought* (1854), George Boole (1815-1864).

Approccio narrativo e approccio concettuale

Concezione antropologica e culturale Le narrazioni: il passato restituito

Knew that true heaven, the recovered past! (George Eliot, 1870).



Una visione dell'aritmetica elementare da un punto di vista superiore

I fear is after all only a very feeble presentation of Arithmetic treated as a branch of the Art of Thinking, founded on the general Science of the Laws of Thought (Everest Boole, 1903).

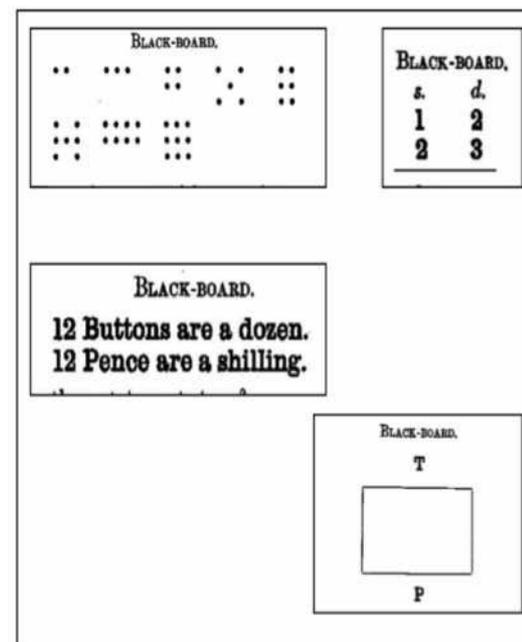
In Arithmetic, where it is specially important, hardly an opportunity is afforded for practice in swinging the mind between the conceptions Unity, Negation, and Fraction (Everest-Boole, 1903).

Il bambino poeta e filosofo

*«There was a time when meadow, grove, and stream/
The earth, and every common sight, /To me did seem/
Apparelled in celestial light/[...]The things
which I have seen I now can see no more.»* (Wordsworth, 1798).

Fra lezioni simulate e racconti di matematica

CONTENTS		CONTENTS	
	PAGE		PAGE
PREFACE	7	XIX. WHAT CAN BE SETTLED BY HUMAN LAW	122
INTRODUCTORY ADDRESS TO YOUNG TEACHERS	29	XX. PAPER MONEY	127
I. HOW MEN LEARNED IN OLD TIMES	31	XXI. THE DOG'S PATH	132
II. ON COUNTING BY TENS	37	XXII. THE BALL'S PATH	136
III. WHY WE DO NOT ALWAYS DO SUMS THE WAY THAT COMES NATURAL	45	XXIII. EXERCISE TO PREPARE FOR GENERAL FORMULAE	139
IV. ARITHMETICAL SHORTHAND	52	APPENDIX: ON PROPORTION.	142
V. KEEPING ACCOUNTS	56		
VI. DIS-MEMBERING AND RE-COLLECTING	58		
VII. WEIGHTS AND MEASURES	65		
VIII. MULTIPLYING BY MINUS	69		
IX. ADDING MINUS	75		
X. DIVIDING AND SHARING	78		
XI. IN WHAT CONSISTS ECONOMY	81		
XII. ECONOMY OF MIND-FORCE	87		
XIII. EXERCISE IN RELEVANCE; INTRODUCING THE IDEA OF PROBABILITY	94		
XIV. EXERCISE ON ZERO	97		
XV. $\frac{1}{2} = \infty$	98		
XVI. EQUIVALENT FRACTIONS	101		
XVII. GREATEST COMMON MEASURE	106		
XVIII. STANDARD WEIGHTS AND MEASURES	117		



Le lavagne (Black-board) presenti come tavole nelle *Lectures on the logic of arithmetic*

Indice di *Lectures on the logic of arithmetic*

I would again emphasize the caution that the lessons in this book are mere specimen types, intended, not to be slavishly read aloud to a class, but to suggest methods, such as I have found useful, of dealing with various arithmetical difficulties (Everest-Boole, 1903).

Progetto educativo - didattico

Immaginazione e comprensione nella matematica della scuola primaria



Ma la matematica, caro mio, è un'altra cosa! (Enzensberger, 1997)

I numeri per contare, ordinare e misurare (20 ore)

1. Il pianeta 2u
2. **La Numerombola**
3. L'allarme
4. **Esercitiamoci**
5. Quanti siamo?
6. **La sottrazione ci può aiutare**
7. È una questione di altezza
8. **Una per tutti e tutti per una**
9. Ripassiamo insieme
10. **Quanti errori questi Numerosi**

Rettangolo, quadrato e cerchio con la moltiplicazione che ci aiuta parecchio (20 ore)

1. La geometria
2. **I Cioccolatini dei Numerosi**
3. Tutti in palestra
4. **La scatola**
5. Sbrighiamoci
6. **Una tavola può aiutarci (1)**
7. **Una tavola può aiutarci (2)**
8. **Una tavola può aiutarci (3)**
9. "Incolonniamoci"
10. **Quanti errori questi Numerosi**

Il gioco del Drago (20 ore)

1. Il tempo
2. **I Minuti e le ore**
3. Il gioco del drago
4. **Sottrai e dividi**
5. La simmetria
6. **Problemi sempre problemi**
7. A colpi di puzzle
8. **La divisione**
9. Vediamo chi ha vinto
10. **I Numerosi di nuovo a casa**

PRIMA Unità Didattica: I numeri per contare, ordinare e misurare

La storia del pianeta 2u nella galassia di Decina del Drago

Nel pianeta 2U tutto era sereno, regnava la felicità e la tranquillità fino a quando il popolo dei 'NumeRatti' del pianeta 1U rubò il 2 al pianeta dei Numerosi.

I NumeRatti dopo aver rubato il 2, tutti felici, tornarono sul loro pianeta. Aggiunsero il 2 all'1 e in pochissimo tempo divennero il pianeta 3U.

Ma come 3U? 3U? Ma come è possibile? NumeRatto il Magnifico si arrabbiò moltissimo, voleva diventare il pianeta 12U non 3U.

I suoi NumeRatti non avevano fatto bene i conti!!!



“Maestra però i Numeratti potevano rubare 6 unità al pianeta 6u e 5 unità al pianeta 5u. Così invece hanno fatto un casino!!!”

Gabriele A.



I numeri per contare



Siamo il popolo dei numerosi, che qualcuno ci aiuti. Siamo stati catapultati nel pianeta delle lettere. Stiamo scrivendo a voi perché il nome del nostro pianeta era scritto proprio come quello della vostra classe!

Cioè così ci sembra di ricordare.

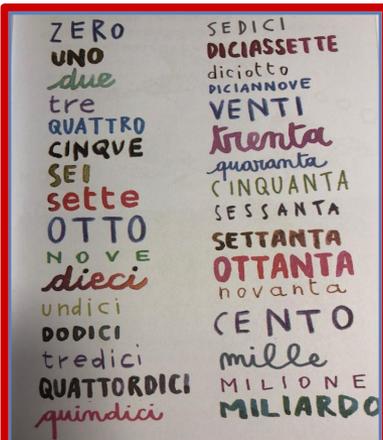
Quella... Quella... Quella cosa davanti alla A, non sappiamo come si chiama, ma era proprio uguale, ne siamo certi.

*Il signor Alfabeto ci ha detto che per ritornare nella nostra Galassia abbiamo bisogno della **Matemachica**, **Matemagica**, no forse era **Matematica**. Poi dei numeri, delle forme, dice che senza non andiamo da nessuna parte.*

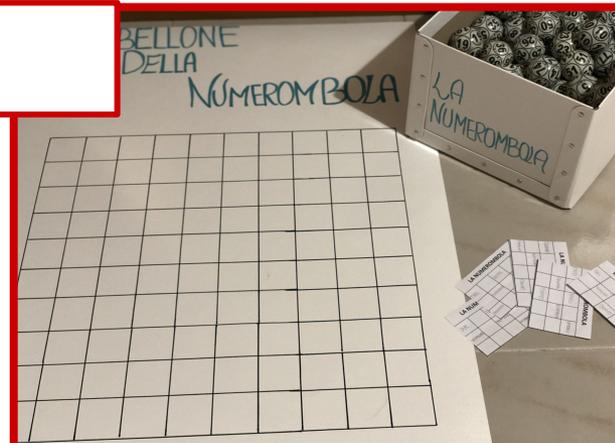
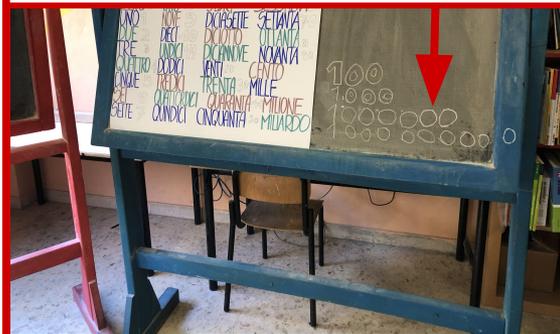
Chiediamo gentilmente se potete dirci quali sono questi numeri!



“32 parole per formare tutti i numeri da 0 a un miliardo”



“Maestra possiamo scrivere anche i numeri dopo il miliardo?” Omar



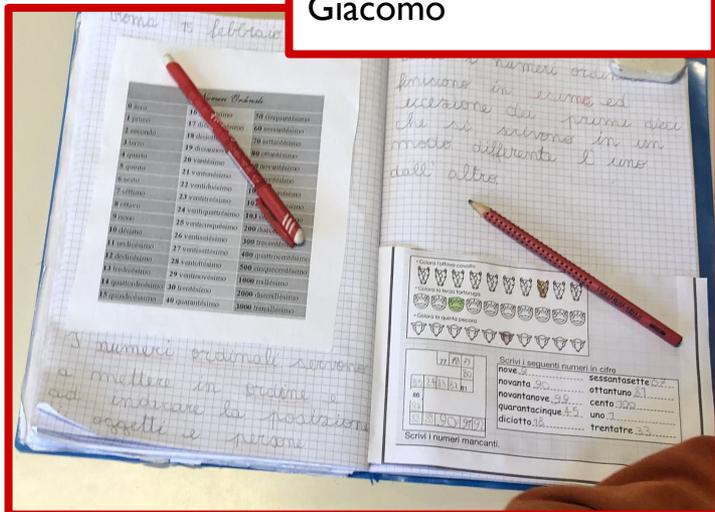
I numeri per ordinare

“Come gli Arabi”



Ciao classe Due A. È così che si dice vero?
Qui nel pianeta delle Lettere sono tutti molto contenti di questi numeri. Ma cosa ci possiamo fare? Voi per cosa li usate?
La signorina Zeta, una tipa un po' strana di questo pianeta e che conosce moltissime parole e storie, ci ha detto che servono per **contare, per ordinare e anche misurare**. Dice che sono stati inventati moltissimo tempo fa proprio sul vostro pianeta. A noi sembra un po' strana questa storia voi cosa ne pensate?

“basta aggiungere -esimo
mentre i primi 10 numeri
vanno imparati però
finiscono tutti con la -o”
Giacomo



Quanti sono i Numerosi? E noi quanti siamo?



Ciao Seconda A sono Undi, uno del popolo dei numerosi.
I miei amici mi hanno dato il compito di contare quanti siamo su questo nuovo pianeta.
Io ho provato a contare tutti grazie ai vostri consigli ma conta e ri-conta mi sono perso i conti!

Nella città delle consonanti ci sono 32 Numerosi. In quella delle doppie sono in 25 mentre nel paese delle sillabe sono in 43.

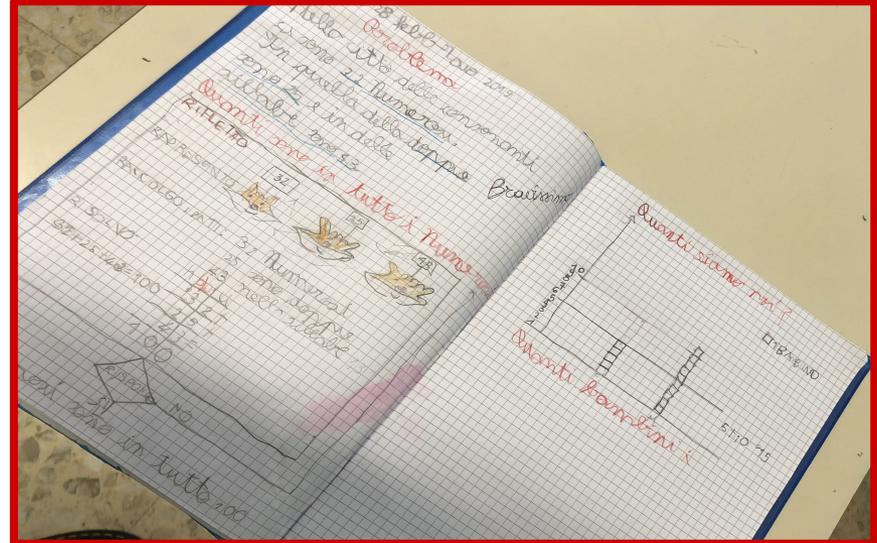
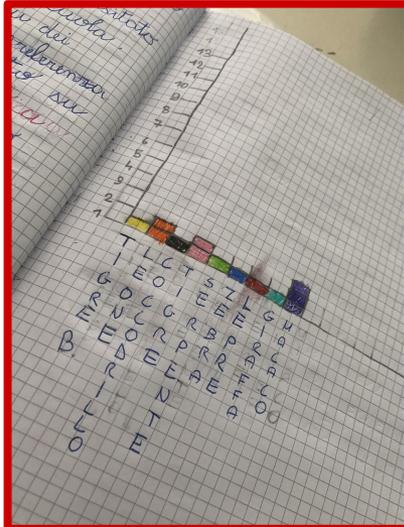
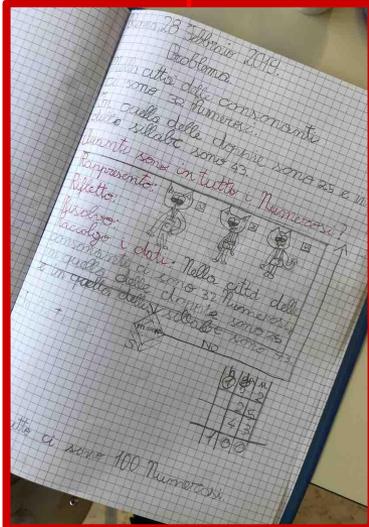
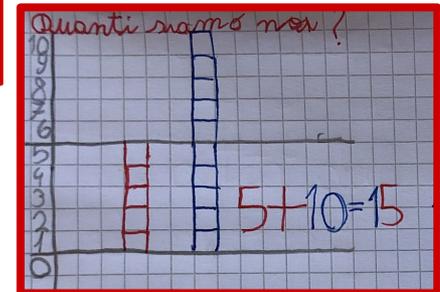
Aiutoooo ma quanti siamo? Anche voi siete così tanti?

La sottrazione ci può aiutare:

Il totale non è corretto.

Undi ha sbagliato. Nella città delle consonanti ci sono 32 abitanti ma 15 non sono Numerosi.

“maestra ma non è successo niente di grave, se facciamo $32-15$ li troviamo questi Numerosi. No?” Federica L.

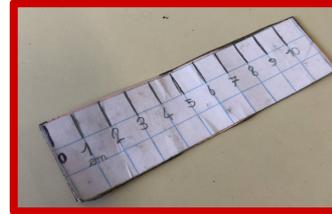


I numeri per misurare



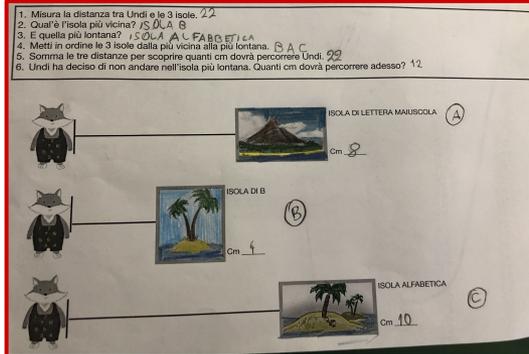
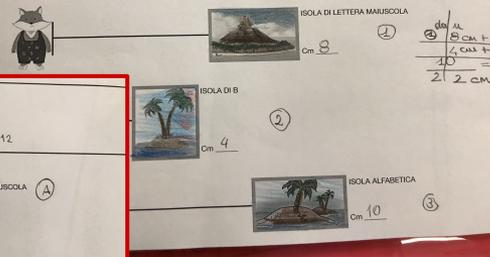
“Una spanna era la lunghezza della mano del faraone (lui in persona), dalla punta del pollice a quella del mignolo. Chi misurava ne aveva un modellino. Lo riportavano sulla linea che dovevano misurare e vedevano quante volte ci stava: quella era la misura”.

IL MIO RIGHELLO DA 1 dm



“Regina reginella, quanti passi devo fare per arrivare al tuo castello con la fede e con l'anello, con la punta del coltello”

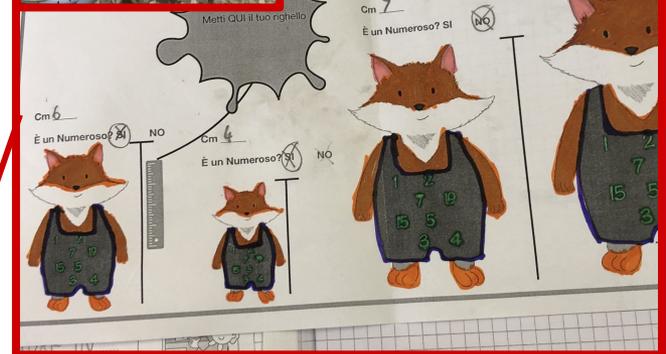
- Misura la distanza tra Undi e le 3 isole. 22
- Qual'è l'isola più vicina? ISOLA B
- E quella più lontana? ISOLA A
- Metti in ordine le 3 isole dalla più vicina alla più lontana. B-A-C
- Somma le tre distanze per scoprire quanti cm dovrà percorrere Undi. 22 CM
- Undi ha deciso di non andare nell'isola più lontana. Quanti cm dovrà percorrere adesso? 12 CM



“Maestra dopo che ho misurato il primo ho pensato di non usare più il righello. Poi però ho capito che non potevo dire precisamente l'altezza senza righello”. Jobert



	SPANNA	MANO	CUBITO
BANCO			
QUADERNO	6	16	3
SEDIA	8		



Quanti errori questi Numerosi !!!

GLI ERRORI DEI NUMEROSI *Gabriele. n.*

QUANDO TROVI UN'ERRORE METTI UNA X CON LA PENNA ROSSA ACCANTO E RISOLVI CORRETTAMENTE L'ESERCIZIO. I NUMEROSI HANNO BISOGNO DEL NOSTRO AIUTO.



10+67=80 ~~X~~

da	u	
1	0	+
6	7	=
7	7	

45+16=30 ~~X~~

①

da	u	
4	5	+
1	5	=
6	0	

95+6=123 ~~X~~

h	da	u	
	9	5	+
		6	=
1	0	1	

36+4=32 ✓

da	u	
3	6	-
	4	=
3	2	

TERZO=5° QUINTO

VENTUNESIMO=33° TRENTATREESIMO

MISURA LA LUNGHEZZA DI QUESTA LINEA cm= 7

DA	U	
3	6	-
	4	=
3	2	

TERZO=5° 3°

VENTUNESIMO=33° 21°

MISURA LA LUNGHEZZA DI QUESTA LINEA cm= 7

“Ma così siamo dei maestri anche noi”

95+6=123 ~~X~~

DA	U	
9	5	+
	6	=
10	1	

- Errori nella creazione della tabella utilizzata per facilitare la visualizzazione delle unità, delle decine e centinaia

SECONDA Unità Didattica: “ Rettangolo, quadrato e cerchio con la moltiplicazione che ci aiuta parecchio”

La storia dei numerosi non è ancora terminata; adesso che i piccoli abitanti di 2u sanno qualcosa in più di matematica vogliono tornare nella loro galassia.

I numerosi devono far capire a 9u, il pianeta più importante di tutta Decina Del Drago, che sono ancora vivi. Quale modo migliore se non inviandogli i cioccolatini geometrici o la squisita torta 8 veli che solo loro erano in grado di fare in tutto lo spazio?



La geometria: la misura della terra



La storia: dai tenditori di corda egizi alle linee che disegnano il mondo!

“Comunque le linee orizzontali e verticali sono ovunque, guarda la porta e le finestre”
Elena

La linea retta va sempre dritta e se cambia direzione non lo è più!

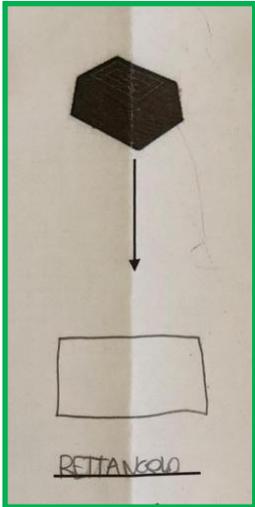
Arianna

La linea curva è come un'onda e quella spezzata fa come gli pare!

Arianna



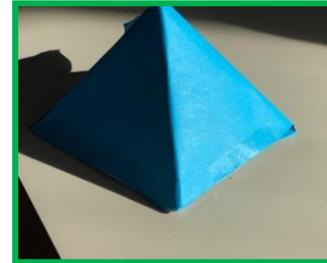
Dai cioccolatini geometrici dei numerosi alle forme che ci circondano



Carta d'identità delle figure geometriche attraverso domande guidate, osservazione e confronto.

“Maestra ma posso dire che il quadrato è un rettangolo con tutti i lati uguali?”

Mario



“Il mio diario è un parallelepipedo!”

Gabriele R.

Tutti in palestra!!!

- **Quadrato:** passo svelto su tutti e 4 i lati con saltello in corrispondenza degli angoli.
- **Rettangolo:** alternare il passo svelto a quello galoppato in base al lato lungo e al lato corto. In corrispondenza di ogni angolo si dovrà cambiare passo.
- **Cerchio:** passo lento



La mimesis: un canale di apprendimento privilegiato

“Maestra noi abbiamo fatto il quadrato perché siamo alte uguali. I lati così sono tutti uguali!”
Simone

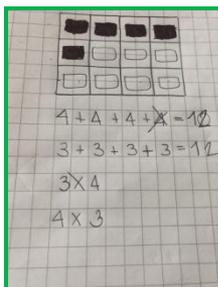
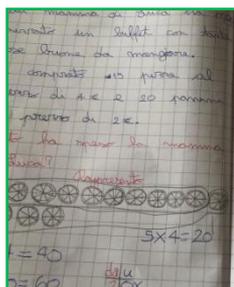
L'officina della tavola pitagorica

“Costruiamo un infallibile strumento”

Quanti cioccolatini possiamo mettere in ogni scatola? Sbrighiamoci!!!

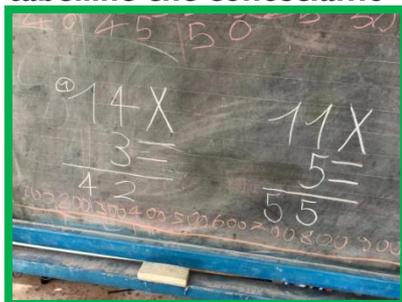


Le proprietà della moltiplicazione



M: Maè ma quante volte si ripete il venti dentro la tavola?
 E: tante è normale, 4x5 fa 20, 5x4 fa 20
 C: pure 2x10 e 10x2

Risolvere problemi con le tabelline che conosciamo

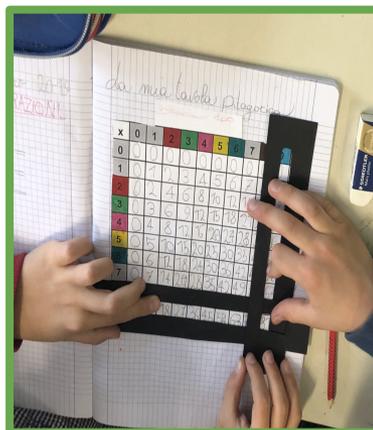


I calcolatori



Gli scrittori

La tabellina dello zero potevamo anche non scriverla!



I giudici

Un lavoro di gruppo che ha coinvolto l'intera classe e svelato tutti i misteri della moltiplicazione!

TERZA Unità Didattica: “Il gioco del drago”

I **Numerosi** per tornare nella loro galassia dovranno terminare il gioco del Drago prima dei **NumeRatti**.

- Peschiamo una carta

Maestra è impossibile, non uscirà mai sempre 6 di seguito. È una cosa difficilissima!!! Massimo

Maestraaaa ma così al massimo può fare 6!!! Niccolò



SFIDA



METTIAMOCI ALLA PROVA



PROBLEMA

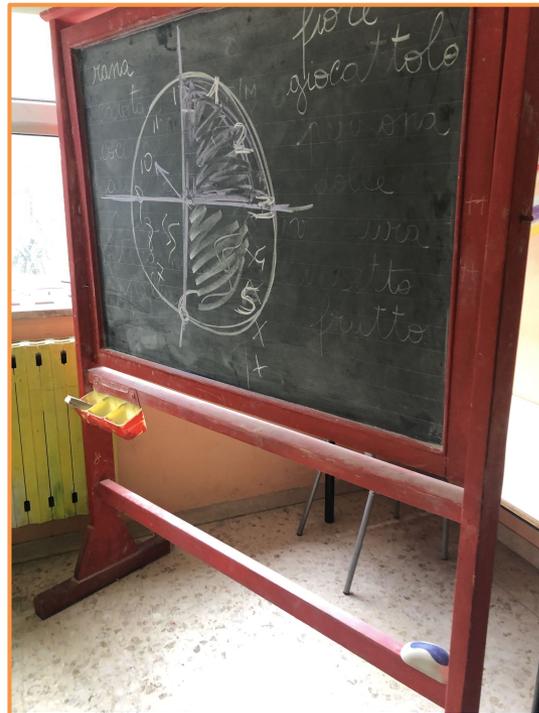
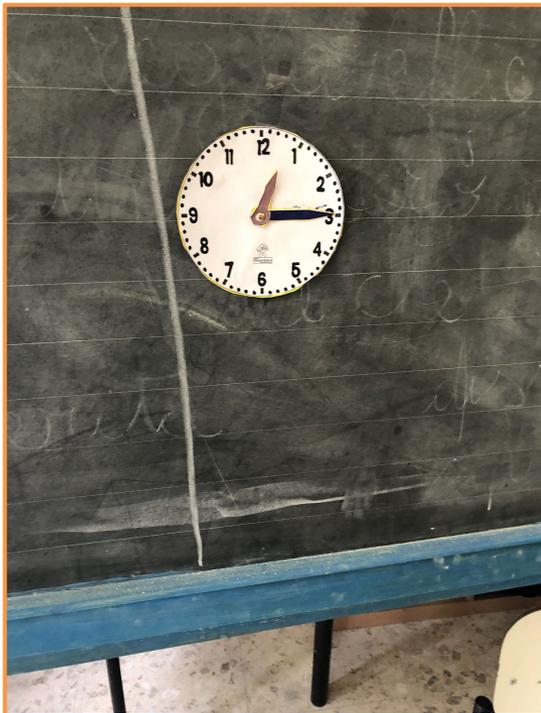
Un amico inaspettato: IL TEMPO

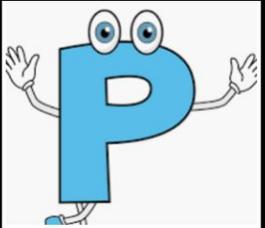
- comprensione di questa grandezza
- la sua storia e gli strumenti utilizzati per misurarlo
- semplici calcoli utilizzando ore e minuti

In molte attività si è cercato di stimolare una riflessione volta a prevedere il tempo necessario a svolgere determinate azioni o esercizi.

Le stime dei bambini hanno dovuto fare i 'conti' con la realtà.

“Leggiamo i minuti ricordando la tabellina del 5”





PROBLEMA

Avremmo dovuto finire il problema dopo 15 minuti. In realtà lo abbiamo terminato dopo 34 minuti. Qual è la differenza fra il tempo che avevamo stimato e quello che realmente abbiamo impiegato?

La mamma di Luca per la sua festa ha organizzato un buffet con tante cose buone da mangiare.

Ha comprato 15 pizze al prezzo di €4 e 20 panini ognuno al prezzo di €2. Quanto ha speso in tutto la mamma di Luca?

$$\begin{array}{r} 34 \\ - 15 \\ \hline 19 \end{array}$$

Mettiamo in difficoltà i Numeratti, inventiamo un problema!

Roma 8 aprile 2019
Problema

Un aereo trasporta 86 passeggeri.
Sono scesi 45 passeggeri.
Quanti passeggeri rimangono nell'aereo?

RAPPRESENTO:

RACCOLTO DATI:
86 Passeggeri scesi
45 Passeggeri dentro l'aereo

RISOLVO:
 $86 - 45 = 41$

RISPOSTA:
 $45 =$
41

Nell'aereo rimangono 41 passeggeri

Roma 8 aprile 2019
Problema

Un aereo trasporta 86 passeggeri.
Sono scesi 45 passeggeri.
Quanti passeggeri rimangono nell'aereo?

RAPPRESENTO:

RIFLETTO:
RACCOLTO DATI:
 $86 - 45 = 41$

RISPOSTA:
rimangono 41 passeggeri.

La mamma di Luca per la sua festa ha organizzato un buffet. Ha comprato 15 pizze al prezzo di €4 e 20 panini ognuno al prezzo di €2. Quanto ha speso in tutto la mamma di Luca?

$15 \times 4 = 60$

$20 \times 2 = 40$

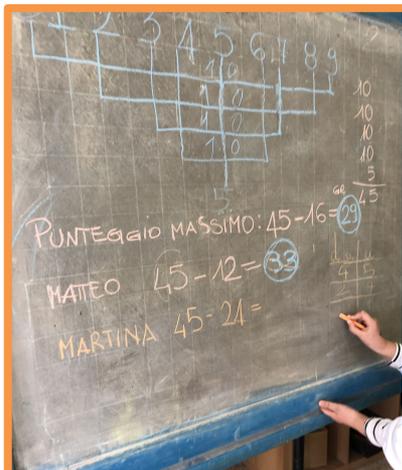
$60 + 40 = 100$

ha speso 100€ per le pizze
ha speso 40€ per i panini
ha speso 140€ in tutto





SFIDA

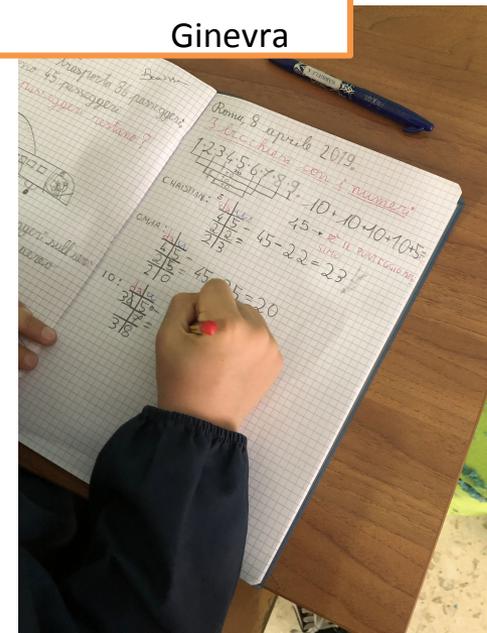
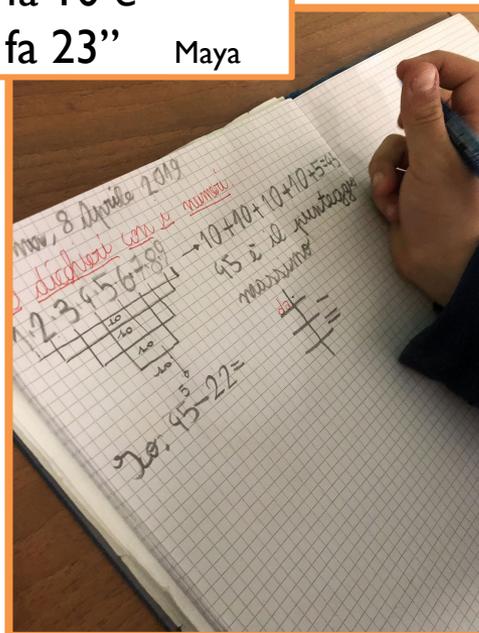


“maestra è così perché 8 e 2 fa 10, 6 e 4 fa 10 e sommando 3 fa 23” Maya



“ comunque ci sono tanti pezzi uguali per questo è difficile”

Ginevra



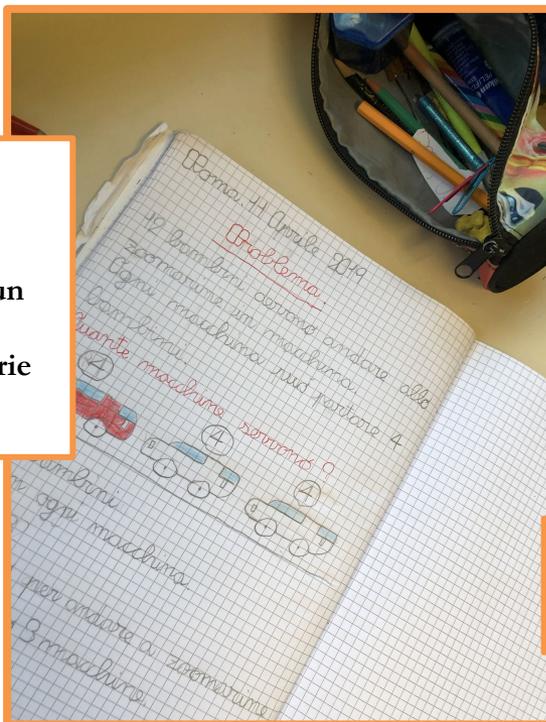
?

**METTIAMOCI
ALLA PROVA**

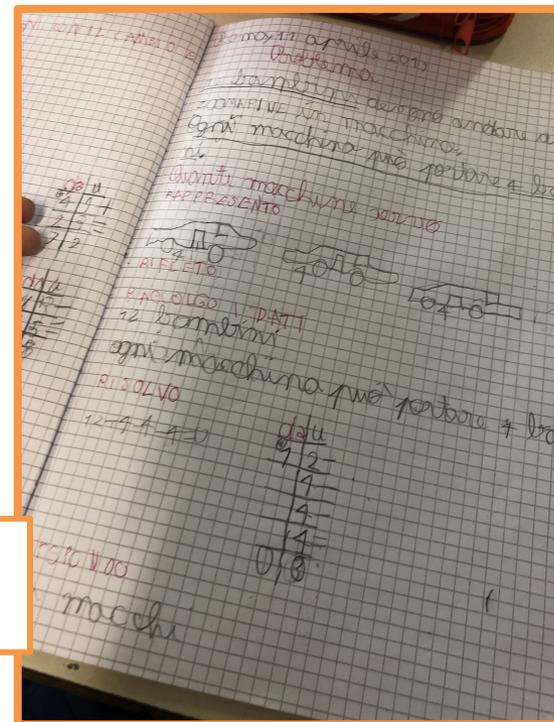
L'operazione di divisione introdotta non come l'operazione inversa della moltiplicazione ma come un modo di semplificare e velocizzare una faticosa serie di sottrazioni.

La maestra Luigia ha 20 penne e le vuole regalare a 5 bambini. Quante penne potrà ricevere ogni bambino?

12 bambini devono andare a zoomarine. Ogni macchina può portare al massimo 4 bambini. Quante macchine servono?



**Problemi di
ripartizione**



Lo scontro finale fra Numerosi e Numeratti

Un'urna, 15 esercizi a sorpresa, un unico foglio su cui scrivere le risposte.

I bambini della Seconda A avranno impiegato meno tempo dei Numeratti?

dividere 15
3 figli
quanti soldi darai
 $15 \div 3 = 5\text{€}$
 $2 + 8 + 2 = 22$
21

$x \cdot 3 = 15$ $15 : 3 =$
 $10 + 2 + 8 + 2 =$
9x di m un
2= 8 2+ pi
18 2 3 =
d/14
4/6-70 5 m
2/7
1/9
3x paghe
4= ha

La mamma ha deciso
di ridare 15€ tra i suoi
3 figli
quanti soldi darai a
 $15 : 3 = 5\text{€}$
 $10 + 2 + 8 + 2 = 22$
 $12 \quad 10 = 22$
 $82 + 23 = 105$
h/2/1
8 2 +
2 3 =
1 2 5

“La cosa più divertente è risolvere problemi”

Gabriele R.

“Noi insegniamo la matematica ai Numerosi e loro la insegnano a noi”.

Michele

“è stato difficile aiutare i Numerosi ma la matematica la capisco di più”

Elena

“La matematica è nel calcio e nei giochi che faccio”.

Tiziano

$7 + 8 + 3 + 2 = 20$
10
10

$10 + 2 + 8 + 2 = 22$
 $12 \quad 10 = 22$



Alla fine del percorso ...

Hanno suscitato particolare interesse i dettagli storici relativi alle civiltà del passato: ad esempio, l'origine del sistema di numerazione posizionale decimale oppure il lavoro degli agrimensori nell'antico Egitto.

È stato efficace lavorare con problemi coinvolgenti presentati come racconti legati a personaggi fantastici ed alla vita quotidiana dei bambini.

La storia dei numerosi ha favorito la riflessione e l'immedesimazione dei bambini nelle vicende dei personaggi incentivando l'apprendimento.

È importante creare il giusto equilibrio tra attività orali e scritte. Quando questo è venuto mancare è stato difficile gestire la classe.

Le sfide a tempo non sempre sono state efficaci. In alcuni bambini hanno provocato ansia.

Osservando la soddisfazione dei bambini nell'aver compreso come giocare e vincere con i numeri, nelle gare di calcolo mentale e ragionando con addizioni e sottrazioni; ho toccato con mano il sentimento, la gioia, il valore dell'espressione coniata da René Thom: relazione d'intimità con i numeri.

Soddisfazione nell'aver coinvolto l'insegnante tutor, inizialmente scettica, all'introduzione dei bambini alle divisioni attraverso l'uso delle sottrazioni.

Dialogo e confronto con l'insegnante/tutor generando alcune volte a compromessi (invalsi).